

Quiz #1

Επιστημονικός Υπολογισμός -Άνοιξη 2010

Ημερομηνία Παράδοσης Πέμπτη, 18 Φεβρουαρίου 2010

ΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Ονοματεπώνυμο: Νίκος Ιωαννίδης

ΑΜ: 690

1)

- Εμπρός απαλοιφή αγνώστων περιγραφή 3^{ου} βήματος που οδηγεί στην λύση:

Διαιρούμε τη γραμμή 2 με -4.8 και την πολλαπλασιάζουμε με -16.8: $\frac{-16.8}{-4.8} = 3.5$.

$$([0 \quad -4.8 \quad -1.56] \quad [-96.208]) * 3.5$$

και αφαιρούμε απ' την γραμμή 3:

$$[0 \quad -16.8 \quad -5.46] \quad [-336.728]$$

Επομένως έχω:

$$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 0 & -4.8 & -1.56 \\ 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 106.8 \\ -96.208 \\ 0.76 \end{bmatrix}.$$

- Πίσω αντικατάσταση:

$$25\alpha_1 + 5 * 19.6905 + 1.08571 = 106.8 \Rightarrow 25\alpha_1 + 98.4525 = 106.8 \Rightarrow \alpha_1 = 0.290472$$

2) (B)

3)

Κάνοντας πράξεις έχω για τους συντελεστές:

$$l_{21} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{10}{25} = 0.4$$

Ομοίως: $l_{31} = 0.32$ και $l_{32} = 1.5$

Επομένως είναι το (D).

4)

Κάνοντας πράξεις έχω για τους συντελεστές:

$$l_{21} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{0}{25} = 0$$

Ομοίως: $l_{31} = 0$ και $l_{32} = 1.5$, επομένως:

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [U] = \begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 16 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Επομένως είναι το (C).

6)

1. ΙΣΧΥΕΙ
2. ΙΣΧΥΕΙ
3. ΙΣΧΥΕΙ
4. ΙΣΧΥΕΙ
5. ΙΣΧΥΕΙ

7) (D)

8) (D)

9) (C)

10)

Η μέθοδος Gauss, με ακρίβεια 4 σημαντικών ψηφίων με αποκοπή, υπολογίζει την λύση του παρακάτω συστήματος ως εξής:

$$\begin{bmatrix} 0.0030 & 55.23 \\ 6.239 & -7.123 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 58.12 \\ 47.23 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0.0030 & 55.23 \\ 0 & -114867,1093 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 58.12 \\ -120822,9927 \end{bmatrix}$$

$$\text{Επομένως } x_2 = \frac{-120822,9927}{-114867,1093} = 1.052 .$$

$$0.0030x_1 = 55.23 * 1.052 \Rightarrow x_1 = 8.771$$

Επομένως είναι το (D)."

11)

Η μέθοδος Gauss, με ακρίβεια 4 σημαντικών ψηφίων με αποκοπή, υπολογίζει την λύση του παρακάτω συστήματος με μερική οδήγηση ως εξής:

$$\begin{bmatrix} 0.0030 & 55.23 \\ 6.239 & -7.123 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 58.12 \\ 47.23 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6.239 & -7.123 \\ 0.0030 & 55.23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 47.23 \\ 58.12 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 6.239 & -7.123 \\ 0 & 55.2335 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 47.23 \\ 58.0964 \end{bmatrix}$$

$$\text{Άρα } x_2 = 1.051$$

$$6.239x_1 - 7.4919 = 47.23 \Rightarrow x_1 = 8.769$$

Επομένως είναι το (B).

12)

Θεώρημα 1:

Έστω $[A]$ ένας $n \times n$ πίνακας. Τότε, αν $[B]$ είναι $n \times n$ πίνακας και που προκύπτει από τον A με προσθαφαίρεση πολλαπλασίων μιας γραμμής από μια άλλη γραμμή τότε ισχύει

$\det(A) = \det(B)$ (Το ίδιο ισχύει αν εφαρμόσουμε τέτοιες πράξεις στις στήλες).

Θεώρημα 2:

Έστω $[A]$ ένας $n \times n$ άνω τριγωνικός, κάτω τριγωνικός, ή διαγώνιος πίνακας τότε:

$$\det(A) = a_{11} \times a_{22} \times \dots \times a_{ii} \times \dots \times a_{nn} = \prod_{i=1}^n a_{ii}$$

Επομένως είναι το (C).

13)

Όμοια επίλυση με την άσκηση 1, περιγράφεται αναλυτικά στα βήματα της λύσης της άσκησης 1

(Εμπρός απαλοιφή αγνώστων & Πίσω αντικατάσταση).

14)

Η διαδικασία της απαλοιφής Gauss φαίνεται στα παρακάτω βήματα:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 0 & 0.001 & 8.5 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2.25 \\ 8.5010 \\ 9 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 0 & 0.001 & 8.5 \\ 0 & -2.75 & 0.5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2.25 \\ 8.5010 \\ -2.25 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 0 & 1 & 8500 \\ 0 & -2.75 & 0.5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2.25 \\ 8501 \\ -2.25 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 0 & 1 & 8500 \\ 0 & 0 & 23375.5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2.25 \\ 8501 \\ 23375.5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 \\ 0 & 1 & 8500 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2.25 \\ 8501 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Από την ανάδρομη αντικατάσταση έχω:

$$x_3 = 1.$$

$$x_2 + 8500 * 1 = 8500 \Rightarrow x_2 = 1.$$

$$x_1 + 0.75x_2 + 0.5 = 2.25 \Rightarrow x_1 + 0.75 + 0.5 = 2.25 \Rightarrow x_1 = 1.$$

$$\text{Άρα η λύση είναι η } \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

15)

Η μοναδική διαφορά στην επίλυση της άσκησης (15) σε σχέση με την κλασική διαδικασία Gauss είναι η εναλλαγή των συντελεστών στην οδηγική θέση a_{22} , αλλάζοντας το 0.001 με το -2.75. Η διαδικασία αυτή λέγεται μερική οδήγηση

18)

$$[A] = \begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ -3 & 2.099 & 6 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix} \text{ με την διαδικασία Gauss έχω:}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & 0.001 & 6 \\ 0 & 2.5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & 0.001 & 6 \\ 0 & 0 & 15005 \end{bmatrix} = [U]$$

Θεώρημα 1:

Έστω $[A]$ ένας $n \times n$ πίνακας. Τότε, αν $[B]$ είναι $n \times n$ πίνακας και που προκύπτει από τον A με προσθαφαίρεση πολλαπλασίων μιας γραμμής από μια άλλη γραμμή τότε ισχύει

$\det(A) = \det(B)$ (Το ίδιο ισχύει αν εφαρμόσουμε τέτοιες πράξεις στις στήλες).

Θεώρημα 2:

Έστω $[A]$ ένας $n \times n$ άνω τριγωνικός, κάτω τριγωνικός, ή διαγώνιος πίνακας τότε:

$$\det(A) = a_{11} \times a_{22} \times \dots \times a_{ii} \times \dots \times a_{nn} = \prod_{i=1}^n a_{ii}$$

$$\text{Επομένως } \det(A) = \det(U) = 10 * 0.001 * 15005 = 150.05$$